

Proyecto: *Interacciones Fundamentales y Geometría No Conmutativa.*

Años: 2003-2005.

Descriptores:

Interacciones fundamentales
Teoría cuántica de campos
Geometría no conmutativa
Algebras de Hopf
Extensión de distribuciones
Espacios no conmutativos

Investigadores:

-Joseph Varilly Boyle
Doctor
Escuela de Matemática
Estado en régimen: Catedrático
-José Gracia Bondía
Doctor
Escuela de Física
Estado en régimen: Catedrático
-Héctor Figueroa González
Doctor
Escuela de Matemática.
Estado en régimen: Catedrático

Antecedentes, justificación y descripción del proyecto:

El proyecto "Interacciones Fundamentales y Geometría No Conmutativa" se concibe como suceso directo del proyecto 820-99-303, titulado "Geometría no conmutativa y teoría cuántica de campos" (GNC y TCC). El cambio de nombre indicó un nuevo énfasis en la temática, como fruto natural del desarrollo del proyecto antecesor. Mundialmente, se ha podido notar un acercamiento entre la TCC y la GNC, manifestado muy recientemente en el Tercer Encuentro sobre Nichtkommutative Geometrie en el Mathematisches Forschungszentrum Oberwolfach, en marzo del 2002, en el cual tuvimos participación. Este grupo de investigadores ha tenido una larga experiencia en el interfase entre la física y la GNC.

En los últimos diez años (o más de 15 años si se cuenta el renovado interés del uso del producto de Moyal en teorías cuánticas). A continuación, mencionamos una selección de libros y artículos relevantes.

Bibliografía:

- [1] A. Connes, "Noncommutative Geometry", Academic Press, London, 1994.
- [2] J. M. Gracia-Bondía, J. C. Várilly and H. Figueroa, "Elements of Noncommutative Geometry", Birkhäuser, Boston, 2001.
- [3] G. Scharf, "Quantum Gauge Theories: A True Ghost Story", Wiley, New York, 2001.
- [4] A. Connes and D. Kreimer, "Renormalization in quantum field theory and the Riemann-Hilbert

problem I: the Hopf algebra structure of graphs and the main theorem", *Commun. Math. Phys.* 210 (2000), 249-273.

[5] A. Connes and G. Landi, "Noncommutative manifolds, the instanton algebra and isospectral deformations", *Commun. Math. Phys.* 221 (2001), 141-159.

[6] H. Epstein and V. Glaser, "The role of locality in perturbation theory", *Ann. Inst. H. Poincaré A19* (1973), 211-295.

[7] R. Estrada, J. M. Gracia-Bondía y J. C. Várilly, "On summability of distributions and spectral geometry", *Commun. Math. Phys.* 191 (1998), 219-248.

[8] H. Figueroa and J. M. Gracia-Bondía, "On the antipode of Kreimer's Hopf algebra", *Mod. Phys. Lett. A16* (2001), 1427-1434.

[9] J. M. Gracia-Bondía, "Improved Epstein-Glaser renormalization in coordinate space I. Euclidean framework", *Math. Phys. Anal. Geom.*, 2002, por aparecer.

[10] J. M. Gracia-Bondía, Fedele Lizzi, Giuseppe Marmo and Patrizia Vitale, "Infinitely many star-products to play with", *J. High Energy Phys.* 0204 (2002), 026.

[11] S. Hollands and R. M. Wald, "Existence of local covariant time ordered products of quantum fields in curved spacetime", gr-qc/0111108, Chicago, 2001.

[12] T. Krajewski and R. Wulkenhaar, "Perturbative quantum gauge fields on the noncommutative torus", *Int. J. Mod. Phys. A15* (2000), 1011-1030.

[13] C. P. Martín, J. M. Gracia-Bondía and J. C. Várilly, "The Standard Model as a noncommutative geometry: the low energy regime", *Physics Reports* 294 (1998), 363-406.

[14] William J. Ugalde, "Conformally invariant differential operators and Connes' Quantized Calculus", Ph.D. thesis, University of Iowa, 2002, forthcoming.

[15] J. C. Várilly and J. M. Gracia-Bondía, "On the ultraviolet behaviour of quantum fields over noncommutative manifolds", *Int. J. Mod. Phys. A14* (1999), 1305-1323.

[16] Joseph C. Várilly, "Quantum symmetry groups of noncommutative spheres", *Commun. Math. Phys.* 221 (2001), 511-523.

Justificación

El nexo entre la geometría no conmutativa de Connes y el Modelo Estándar de interacciones fundamentales, establecido en la década de las noventas, es ya una historia conocida. La aproximación entre la GNC y la teoría cuántica de campos ha evolucionado en dos sentidos. Por un lado, el concepto de simetría para espacios no conmutativos, inicialmente concebido como la de las acciones de grupos, ha sido desplazado por el uso de las álgebras de Hopf, inclusive en contextos tan geométricos como la teoría de foliaciones. Con el descubrimiento por Dirk Kreimer de la estructura de álgebra de Hopf presente en los diagramas de Feynman, la GNC ya juega un rol importante en la TCC perturbativa. (Dejamos de lado aquí el fenómeno paralelo de la entrada masiva de la GNC en la teoría de cuerdas.) Por nuestra parte, esto hace imperativo aclarar el significado de la simetría (de Hopf, naturalmente) de los llamados espacios no conmutativos, cuyos ejemplos se multiplican.

En la dirección inversa, la TCC requiere las herramientas de la GNC para abordar el tratamiento de campos cuánticos en espaciotiempos curvos. Esto nos lleva a adoptar el enfoque de la escuela de Scharf, cuyo "enfoque causal", que sigue el trabajo seminal de Epstein y Glaser, señala que el problema de fondo es un aspecto de la teoría de distribuciones, la de elegir extensiones adecuados para singularidades localmente no integrables. Hay un importante "mejoramiento" del método de

Epstein y Glaser que ya hemos desarrollado en el marco euclidiano, cuya aplicación en el marco Minkowskiano queda pendiente. Hace falta también investigar las consecuencias de dichas extensiones de distribuciones para la acción espectral de la GNC, empleando el tratamiento distribucional desarrollado por Ricardo Estrada (sobre esto hemos hecho una colaboración anterior, sin agotar el tema).

Objetivo general

Establecer uno o varios métodos matemáticos que permitirán esclarecer la naturaleza de las interacciones de la física fundamental y abordar cálculos eficaces de sus parámetros.