

Proyecto: *Álgebras de Hopf y algebroides de Lie.*

Años: 2003-2005.

Descriptores:

Álgebras de Hopf,
Algebroides de Lie,
Supervariedades,
Quantum Groups.

Investigadores:

-Héctor Figueroa González

Doctor

Escuela de Matemática.

Catedrático

-Joseph Varilly Boyle

Doctor

Escuela de Matemática

Catedrático

Antecedentes, justificación y descripción del proyecto:

A. Antecedentes

Los investigadores locales han colaborado en los proyectos de investigación, relacionados con el tema a investigar e inscritos en la vicerrectoría bajo los siguientes números: 820-89-423, 820-94-305, 820-96-351, 820-99-303 y 820-A0-133. Todos ellos, de un modo más o menos directo, influyen en la actual propuesta de investigación.

Por otro lado, el investigador principal disfrutó de una licencia sabática durante el segundo semestre del año 2001, durante la cual realizó dos estancias de investigación: una de tres meses en el "Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics": Italia y otra, de un mes, en la Universidad de Zaragoza, España. Además, el Dr. Varilly también realizó una estancia de investigación al "Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics", en dicho semestre. Durante estas estancias se germinaron las ideas principales que han motivado esta propuesta de investigación.

B. Planeamiento del tema a abordar:

En primer lugar, el presente proyecto debe considerarse como una continuación natural de nuestro proyecto anterior 820--A0--133, en el sentido que los temas globales a investigar han sido motivados, de una manera directa, por nuestros resultados en dicho proyecto. Por ello en la nueva propuesta pretendemos trabajar en dos líneas de acción: en primer lugar, nos interesa estudiar el uso de las álgebras de Hopf en geometría no conmutativa, en particular queremos ahondar en la estructura de álgebra de Hopf en los diagramas de Feynman, descubierta por Dirk Kreimer, haciendo uso de la teoría de las álgebras de Hopf combinatoriales. Por otro lado, con la idea de profundizar en nuestras investigaciones sobre la supermecánica, nos gustaría analizar la formulación de los algebroides de Lie en términos de supervariedades; para desarrollar algunas de las aplicaciones que los algebroides de Lie han tenido en la mecánica clásica, al contexto de la supermecánica. En particular, esperamos, de este modo, obtener una generalización del

llamado formalismo dependiente del tiempo de la Mecánica Clásica en el ámbito de la Supermecánica, así como una generalización de la teoría Clásica de Campos en el contexto graduado.

Con el afán de concretizar un poco, queremos señalar que, en un principio, estaríamos considerando la posibilidad de describir el álgebra de Hopf de los diagramas de Feynman en términos de álgebras de Hopf incidentes para obtener y comparar diferentes expresiones de la antípoda de dicha álgebra, que es, en última estancia, el punto clave a aplicar en la teoría de renormalización perturbativa.

C. Relevancia académica de la investigación:

Consideramos que la investigación aumentará el acervo científico del país, que es una componente indispensable para el desarrollo sostenible de cualquier país. Esperamos, a través de las publicaciones que logremos hacer, en el marco de este proyector de investigación, contribuir a la imagen del país.

D. Bibliografía:

Las publicaciones de los investigadores locales, relacionadas con el tema a tratar, corresponden a las 1, 2, 8,9,16 y 17, de la bibliografía general sobre el tema, que a continuación brindamos:

- 1- J. F. Cariñena y H. Figueroa, "Geometric formulation of higher order Lagrangian systems in supermechanics", *Acta Applicandae Mathematicae*, 51, (1998) 25--58.
- 2- J. F. Cariñena y H. Figueroa, "Singular Lagrangians in supermechanics", por aparecer en *J. Diff. Geo. and Appl.*
- 3- A. Connes, "Noncommutative Geometry", Academic Press, London and San Diego, 1994.
- 4- A. Connes y D. Kreimer, "Hopf algebras, renormalization and noncommutative geometry", *Commun. Math. Phys.* 199, (1998), 203--242; hep-th/9808042.
- 5- A. Connes y D. Kreimer, "Hopf algebras, renormalization and noncommutative geometry", *Commun. Math. Phys.* 199 (1998), 203--242; hep-th/9808042.
- 6- A. Connes and H. Moscovici, "Hopf algebras, cyclic cohomology and the transverse index theorem", *Commun. Math. Phys.* 198, (1998), 198--246; math/9806109.
- 7- R. Coquereaux, A. O. García y R. Trincherro, "Associated quantum vector bundles and symplectic structure on a quantum plane", math-ph/9908007, CPT, Luminy, 1999.
- 8- Héctor Figueroa y José M. Gracia Bondía, "On the antipode of Kreimer's Hopf algebra", *Modern Physics Letters A*, 16, No 22 (2001) 1427--1434.
- 9- José M. Gracia Bondía, Joseph C. Várilly y Héctor Figueroa, "Elements of Noncommutative Geometry", Birkhäuser, Boston, 2001; ISBN 0--8176--4124--6.
- 10- P.J. Higgins y K. Mackenzie, "Algebraic constructions in the category of Lie algebroids", *Journal of Algebra*, 129, (1990), 194--230.
- 11- D. Kreimer, "On the Hopf algebra structure of perturbative quantum field theories", *Adv. Theor. Math. Phys.* 2, (1998), 303--334; q-alg/9707029.
- 12- E. Martínez, "Lagrangian Mechanics on Lie algebroids", por aparecer en *Acta Applicandae Mathematicae*.
- 13- S. Montgomery, "Hopf Algebras and their Actions on Rings", *CBMS Regional Conference Series in Mathematics* 82, American Mathematical Society, Providence, RI, 1993.
- 14- W.R. Schmitt, "Antipodes and incidence coalgebras", *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, 46, (1987), 264--290.

- 15- A. Vaintrob, " Lie algebroids and homological vector fields", Russ. Math. Surv. 52, (1997), 428--429.
- 16- J.C Várilly, " Quantum symmetry groups of noncommutative spheres", Commun. Math. Phys. 221, (2001), 511--523.
- 17- J. C. Várilly, "Hopf algebras in noncommutative geometry", ICTP, Trieste, IC-2001-142, (2001).

Objetivo general

Profundizar en el estudio de las álgebras de Hopf para aplicar los resultados a la geometría no conmutativa. Por otro lado, deseamos estudiar las aplicaciones de la supermecánica en términos de los algebroides de Lie.