

Proyecto: *Nuevos Métodos en la Teoría Analítica de Números.*

Años: 1995-2003

Descriptores:

Teorema de Fermat

Curvas Elípticas

Representaciones de Galois

Investigadores:

-Mark Villarino Bertram

Unidad a la que pertenece: Escuela de Matemática.

-Joseph Varilly Boyle

Unidad a la que pertenece: Escuela de Matemática

Antecedentes, justificación y descripción del proyecto:

El propósito general de este proyecto fue hacer un trabajo expositivo en la teoría moderna de funciones elípticas, a la luz de la demostración en 1993-94 por Andrew Wiles y Richard Taylor del famoso Último Teorema de Fermat. Este resultado creó una gran conmoción en la teoría analítica de números, y se hizo urgente revisar el enfoque de ese campo para poder incorporar las nuevas ideas introducidas por Wiles y simplificar su prueba. Concretamente, lo que se pretendió aquí es, en primera instancia, desarrollar una monografía expositiva que señala el camino más corto para acceder a la teoría fermatiana; y, en segundo término, abrir un trillo de investigación en la teoría analítica de números que nos conecte con los nuevos derroteros en esta área.

El plan bosquejado anteriormente se concretó en varias tareas conducentes a la publicación de una monografía expositiva sobre curvas elípticas que permite a un estudiante de grado acceder al teorema de Fermat-Wiles. Primeramente, fue necesario repasar los intentos anteriores de demostrar el Último Teorema de Fermat, para señalar sus ventajas y limitaciones; en particular, para extraer lo esencial del método de descenso infinito. Segundo, hubo que desarrollar la teoría clásica de las curvas elípticas sobre C , y su legado al a teoría aritmética de las curvas elípticas sobre cuerpos generales, ya que estos dos son las herramientas en la investigación moderna del Último Teorema de Fermat. Tercero, hubo que analizar los métodos de Ribet-Frey y de Wiles aplicados al Último Teorema de Fermat, que tiene su base en la teoría ya señalada; esto exige un estudio exhaustivo de las representaciones de Gal de segundo grado. En cuarto lugar, hubo que identificar el concepto nuclear del método de Frey-Ribet-Wiles-Taylor para el Último Teorema de Fermat.

Este análisis es la parte clave de la investigación, y es la más exigente. Las obras de los citados autores son largas y escritas en forma abreviada y densa; debieron ser analizadas, resumidas y expuestas en una forma más didáctica. La mayor parte de esta materia nunca ha aparecido en libros, pues es de publicación en las revistas especializadas. La tarea de ampliarla y desarrollarla fue extensa y exigió la resolución de muchos problemas concretos.

La fama del Último Teorema de Fermat, cuya resolución ha producido ramas enteras de la matemática moderna (álgebra conmutativa, teoría algebraica de números) merece, sino exige, una presentación valiosa y completa de su historia, enfrentamiento y vencimiento. El trabajo aquí propuesto fue una primera fase de esa presentación, a saber, los prolegómenos esenciales sobre curvas elípticas que permite acceder al teorema.

Objetivo general

Revisar el trabajo de Wiles y Taylor sobre curvas modulares semiestables, para especializarlo al caso específico del Último Teorema de Fermat y exponer los prerrequisitos de dicho trabajo, a nivel de estudiantes de grado, para que el lector pueda acceder posteriormente a la prueba del teorema de Fermat-Wiles.