Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría

por

Fernando Fouz, Berritzegune de Donosti

1. Introducción

Como la charla fue desarrollada en Power Point no puede ser trasladada directamente a estas páginas, debo rehacer su contenido para adaptarlo a un artículo como éste. Por este motivo voy a tratar de explicar el modelo y sus características generales para que, aquellas personas interesadas en la necesaria promoción de la Geometría, puedan encontrar una herramienta útil para organizar el currículo geométrico y su desarrollo en las clases.

No es un modelo reciente, pues data de final de los cincuenta, pero, con la interpretación de los niveles a la didáctica actual, no ha perdido ninguna vigencia y sus ideas principales, niveles de aprendizaje y fases para una didáctica adecuada que facilite el paso de un nivel a otro, tienen gran interés para la elaboración de currículos abiertos de Geometría. Los niveles ayudan a secuenciar los contenidos y las fases organizan las actividades que podemos diseñar en la unidades didácticas.

El trabajo se debe al matrimonio formado por Dina y Pierre Van Hiele aunque, la prematura muerte de Dina provocó que fuese su marido el encargado de su mayor difusión. El libro original donde se desarrolla la teoría se titula “Structure and Insight”.

2. Ideas básicas del modelo

La idea básica de partida, dicho de forma sencilla y rápida, es que *“el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento”*, *“que no van asociados a la edad”* y *“que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente”*. Es más, se señala que cualquier persona, y ante un nuevo contenido geométrico a aprender, *"pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la Geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente"*.

En el libro, señalado anteriormente, Van Hiele concreta que *"alcanzar un nivel superior de pensamiento significa que, con un nuevo orden de pensamiento, una persona es capaz, respecto a determinadas operaciones, de aplicarlas a nuevos objetos"*.

Antes de señalar los niveles concretos, es importante señalar algunas ideas previas al modelo y referidas a los estudiantes que, basadas en la experiencia del trabajo con ellos y ellas del matrimonio Van Hiele, marcan el diseño del modelo. Podemos señalar entre otras que, en la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes *"el lenguaje utilizado"* y *"la significatividad de los contenidos"*. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo.

Para terminar estos previos Van Hiele señala que *"no hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición"*.

3. Niveles de Van Hiele: Denominación y descripción

Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4. Estos niveles se denominan de la siguiente manera:

- NIVEL 0: Visualización o reconocimiento
- NIVEL 1: Análisis
- NIVEL 2: Ordenación o clasificación
- NIVEL 3: Deducción formal
- NIVEL 4: Rigor

Dado que el nivel 5^{o} se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. A continuación vamos a describir cuáles son las características de cada nivel. Desde las perspectiva del aprendizaje de los estudiantes.

3.1 NIVEL 0: VISUALIZACIÓN O RECONOCIMIENTO

Tres son las características fundamentales de este nivel:

1) Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.

2) Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.

3) No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo

3.2 NIVEL 1: ANÁLISIS

1) Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.

2) De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.

3) Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades

4) Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

3.3 NIVEL 2: ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerará las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes. Alcanzar este nivel significa que...

1) Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.

2) Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras , estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.

3) Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que su nivel de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

3.4 NIVEL 3: DEDUCCIÓN FORMAL

1) En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.

2) Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

3) Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de las Matemáticas.

3.5 NIVEL 4: RIGOR

1) Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

2) Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

4. Características de los niveles

En un primer lugar hablamos de *"secuenciación"*, algo que, visto o explicado hasta ahora, no necesita más explicación, de *"jerarquización"* esto es, los niveles tienen un orden que no se puede alterar, lo cual es obvio visto también lo anterior y los niveles *"son recursivos"*. Esta última idea es importante y conviene explicarla y concretarla un poco más. Esta característica nos indica que *"lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel"*.

Un esquema, prescindiendo del último nivel, mediante una tabla de esta idea puede ser esclarecedor:

	ELEMENTOS EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
NIVEL 0	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 1	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
NIVEL 2	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
NIVEL 3	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)

La segunda característica a señalar es *"el lenguaje"* específico para cada nivel. La progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje. No sé trata sólo de adquirir conocimientos matemáticos sino también mejoras y ampliar las capacidades referidas al lenguaje necesario en cada nivel. Como más tarde señalaremos en este modelo es muy importante el test-entrevista, es decir, que se da mucha importancia a que expliquen lo que saben y cómo lo saben no sólo que lo escriban en respuesta a un problema o un test de ítems más o menos abiertos.

La tercera idea es si el aprendizaje y, por tanto, el paso de nivel se hace de una manera *"continua o discreta"*. La idea, eterno dilema, es si el salto es repentino o se hace de forma gradual. Nos parece lógico pensar que se hace de forma continua mediante pequeños saltos que conexos que nos darán el paso final de nivel. Esto está más de acuerdo con las teorías cognitivas modernas del aprendizaje que señalan cómo creamos esquemas significativos de pensamiento, mejores pero cercanos a los que teníamos, que se interconectan entre sí y que, a su vez, podemos reemplazar por otros nuevas más sencillos y prácticos que los anteriores. Para construir o mejorar estos esquemas tiene mucha importancia la interacción alumno/a- profesor/a. Lo señalado en el párrafo anterior (test-entrevista) sería ya el punto de partida para conocer estos esquemas de pensamiento.

5. Cambios de nivel. Fases del paso entre niveles

Lo visto hasta ahora, parece darnos pista de cómo podemos secuenciar los contenidos curriculares de Geometría cuando tenemos que construir o diseñar un currículo de Geometría para una determinada etapa educativa (EP, ESO, Bachillerato, etc). Cuando trabajamos con currículos abiertos esto es primordial siempre que queramos diseñar un currículo propio conforme a nuestros criterios educativos.

Lo que vamos a ver ahora nos puede dar pistas de cómo organizar las actividades dentro de una unidad didáctica, es decir, qué tipo de actividades vamos a hacer conforme al desarrollo de la unidad. En este punto conviene resaltar a qué nos referimos con "tipo de actividades" para no mezclar churras con merinas. A menudo se suele mezclar el "cómo y qué se hace" y "a qué va dirigida" una actividad con su contenido específico. Cuando hablamos de "a qué va dirigida" nos referimos a si se trata de una actividad de presentación de un tema, de refuerzo, de repaso o de profundización, de resumen, de grupo, individual, dinámica de grupos, etc. Sin embargo, cuando hablamos de "cómo y qué se hace" nos referimos al contenido propio de la actividad como resolver problemas abiertos, uso de instrumentos de medida, geometría inductiva, cálculos métricos o estimación, dibujos, construcciones con sólidos, etc.

Vamos entonces a dar pistas más para contestar a "cómo organizar las actividades" que al tipo concreta de ellas. En su trabajos los Van Hiele enfatizan en la idea que *"el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez"*, es decir, dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados.

Las fases que postulan en su modelo son cinco y que, a continuación, se describen:

FASE 1ª: PREGUNTAS/INFORMACIÓN

FASE 2ª: ORIENTACIÓN DIRIGIDA

FASE 3ª: EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)

FASE 4ª: ORIENTACIÓN LIBRE

FASE 5ª: INTEGRACIÓN

FASE 1ª: PREGUNTAS/INFORMACIÓN

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos/as. Se cumpliría la famosa afirmación de Ausubel: *"Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que el influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia"* (Ausubel 1978).

Está fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos/as y el camino a seguir de las actividades siguientes. Se puede realizar mediante un test o preguntas individualizadas utilizando actividades del nivel de partida. Cabe señalar que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta coma la respuesta, es decir, diseñamos una pregunta pensando en un nivel concreto y, la respuesta recibida, nos puede señalar un nivel distinto del pensado inicialmente.

FASE 2ª: ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar. De su experiencia señalan que el rendimiento de los alumnos/as (resultados óptimos frente a tiempo empleado) no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

FASE 3ª: EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)

Es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre alumnos/as y en la que el papel del profesor/a se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos/as conforme a lo requerido en ese nivel.

La interacción entre alumnos/as es importante ya que les obliga o ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás.

FASE 4ª: ORIENTACIÓN LIBRE

Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario. Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

FASE 5ª: INTEGRACIÓN

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía.

Como idea final podemos señalar como en esta estructura de actividades se pueden integrar perfectamente actividades de recuperación para los alumnos/as que presenten algún retraso en la adquisición de los conocimientos geométricos y, por otra parte, rehaciendo adecuadamente los grupos profundizar algo más con aquellos alumnos/as de mejor rendimiento Aunque no se ha explicitado las actividades de evaluación, también se integrarían fácilmente en esta estructura de actividades.

6. Algunos estudios de aplicación del modelo de Van Hiele: Caso de triángulos y cuadriláteros

Hoy en día, al ser un modelo muy conocido y admitido por muchos docentes, existen bastantes trabajos de aplicación del modelo. Existe un interesante trabajo de Ángel Gutiérrez y Adela Jaime referido al estudio de los giros y, quizás, el trabajo que paso a explicar a continuación, referido al caso de triángulos y cuadriláteros es de los más conocidos. Se debe a M. Cowley y está referido al estudio de cuadriláteros y triángulos y señala lo que alcanzan en cada nivel y lo que, por otro lado, no logran. Están resumidas las ideas más importantes

NIVEL 0. VISUALIZACIÓN/RECONOCIMIENTO

En cuanto a lo adquirido podemos señalar que el alumno/a...

⋄ Identifica "cuadradros" en un conjunto de recortables.

⋄ Señala ángulos, rectángulos y triángulos en diferentes posiciones en fotos, láminas, etc.

⋄ Marca figuras en una trama o malla (ángulos, paralelas, sierras, escaleras, etc.).

⋄ Realiza figuras con instrumentos: rectángulos, paralelas, etc.

⋄ Señala los ángulos como "esquinas" o los marca en figuras.

⋄ Señala que un rectángulo "es un cuadrado más estrecho", "un paralelogramo es un rectángulo inclinado", "un ángulo las agujas de un reloj".

⋄ Usa el método de ensayo-error con mosaicos.

⋄ Coloca teselas cuadradas en un rectángulo y las cuenta para aproximar su área.

⋄ Identifica cuadrados pero espontáneamente pero... ***"no indica: igual lados y ángulos rectos"***.

⋄ Señala y mide los lados de un cuadrado pero... ***"no generaliza: igual lados para todos los cuadrados"***.

⋄ ***No usa espontáneamente cuantificadores como: todos, alguno, cada, ninguno referidos a si tienen determinada propiedad geométrica.***

NIVEL 1: ANÁLISIS

⋄ Señala que "la figura tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos".

⋄ Comprueba que "en un paralelogramo los lados opuestos son paralelos".

⋄ Señala las semejanzas y diferencias entre cuadrado y rectángulo.

⋄ Inventa un criterio para clasificar cuadriláteros (dos rectos, pares de lados paralelos, etc.).

⋄ Describe una sierra a partir de una propiedad y la utiliza para determinar ángulos iguales en una trama.

⋄ A partir de una malla triangular puede descubrir la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

⋄ Puede calcular el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo.

⋄ A partir de medidas de ángulos obtiene que el ángulo exterior a un triángulo es la suma de los no-adyacentes.

⋄ Dan información basada en propiedades para dibujar la figura.

⋄ Después de clasificar cuadriláteros en cometas y no-cometas, describe propiedades de las cometas.

⋄ Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras

⋄ Identifica propiedades en paralelogramos pero ***"no identifica el conjunto de propiedades necesarias para definirlo"***.

⋄ Después de ver propiedades de una familia de cuadriláteros ***"no justifica que todos los cuadrados son cometas"***.

⋄ Después de descubrir en una malla triangular que los ángulos de un triángulo suman 180º ***"no generaliza el resultado para todo triángulo rectángulo"***.

NIVEL 2: ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN

⋄ Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes.

⋄ Formula un definición para una cometa y la usa para explicar qué es cometa y qué no.

⋄ Contesta razonadamente a preguntas como: ¿un rectángulo es un paralelogramo?

⋄ Lo mismo con cometas y cuadrados.

⋄ Deduce que los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360º a partir de dividirlo en dos triángulos.

⋄ Justifica la igualdad de los ángulos opuestos de un paralelogramo.

⋄ Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos

⋄ ***No comprende el significado de la deducción en un sentido axiomático (no ve la necesidad de las definiciones y supuestos básicos)***.

⋄ ***No distingue formalmente entre una afirmación y su contraria***.

⋄ ***No establece relaciones entre redes de teoremas.***

NIVEL 3: DEDUCCIÓN FORMAL

⋄ Identifica las propiedades suficientes para definir un paralelogramo.

⋄ Prueba de forma rigurosa que la suma de los ángulos de un triángulo es 180º.

⋄ Demuestra que si un triángulo es isósceles los ángulos de la base son iguales y viceversa.

⋄ Demuestra de forma sintética o analítica que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio y compara los dos métodos.

◇ Compara demostraciones alternativas del teorema de Pitágoras.

◇ Demuestra teoremas relativos a rectas paralelas cortadas por una secante.

◇ ***No examina la independencia, consecuencias o validez de un conjunto de axiomas.***

Nota: como se trata de estudiantes no universitarios este nivel y el siguiente no están tratados en profundidad

NIVEL 4: RIGOR

Este nivel está fuera del estudio. En este nivel un alumno/a:

◇ Establece teoremas en diferentes sistemas axiomáticos.

◇ Compara sistemas axiomáticos (Geometría euclidiana / Geometría no-euclidiana).

◇ Establece la consistencia de un sistema de axiomas, la independencia de un axioma o la equivalencia de distintos conjuntos de axiomas.

◇ Inventa métodos generalizables para resolver diferentes clases de problemas.

7. Evaluación en el modelo de Van Hiele

La evaluación es una de las claves de este modelo ya que la asignación de niveles, el punto de partida para la didáctica, el seguimiento del avance en las fases, etc debe hacerse con una evaluación adecuada.

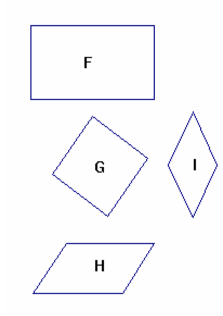
Como ya señalamos anteriormente el test-entrevista es la herramienta que se considera más útil para realizarla y, para ello se deben tener en cuenta algunas ideas previas, así apuntamos que...

1. El nivel de razonamiento de los alumnos depende del área de las Matemáticas que se trate.
2. Se debe evaluar cómo los alumnos contestan y el por qué de sus respuestas, más que lo que no contestan o contestan bien o mal.
3. En las preguntas no está el nivel de los alumnos/as sino que está en sus respuestas.
4. En unos contenidos se puede estar en un nivel y, en otros diferentes, en nivel distinto.
5. Cuando se encuentran en el paso de un nivel a otro puede resultar difícil determinar la situación real en que se encuentran.

8. Algunos ejemplos de preguntas

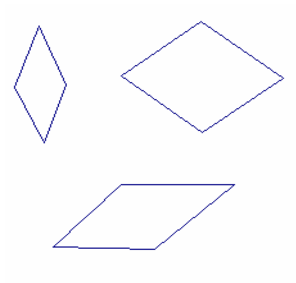
Uno de los tests más conocidos es el de Salman Usinskin que se compone de 25 preguntas, en principio, asociadas a los cinco niveles con igual número de preguntas. Vamos a elegir una pregunta por nivel y luego completaremos con algunas preguntas de un test propio que estoy actualmente diseñando. En el test de Usinskin se respetan los números originales de las preguntas.

4º ¿Cuáles de las siguientes figuras son cuadrados?



A. Ninguno es un cuadrado.
B. Sólo G.
C. Sólo F y G.
D. Sólo I y G.
E. Todos son cuadrados.

8º Un rombo es una figura de cuatro lados de igual longitud (tres ejemplos se muestran a la derecha). ¿Cuál de las respuestas A-D no es cierta en un rombo?



A. Las dos diagonales tienen la misma longitud.
B. Cada diagonal es bisectriz de dos ángulos del rombo.
C. Las dos diagonales son perpendiculares.
D. Los ángulos opuestos tienen la misma medida.
E. Todas las respuestas anteriores son ciertas en un rombo.

12º He aquí dos afirmaciones:
1ª El triángulo "ABC" tiene tres lados iguales.
2ª En el triángulo "ABC", los ángulos B y C tienen la misma medida.

¿Cuál es la respuesta correcta?
A. Las afirmaciones 1ª y 2ª no pueden ser ciertas a la vez.
B. Si la 1ª es cierta, entonces la 2ª es cierta.
C. Si la 2ª es cierta, entonces la 1ª es cierta.
D. Si la 1ª es falsa, entonces la 2ª es falsa.
D. Ninguna de las anteriores respuestas es correcta.

18º He aquí dos afirmaciones:
I: Si una figura es un rectángulo, entonces cada diagonal bisecta a la otra.
II: Si las diagonales de una figura se bisectan, la figura es un rectángulo

¿Cuál, entre las siguientes respuestas, es correcta?
A. Para probar que **"I"** es cierto, basta probar que **"II"** es cierto.
B. Para probar que **"II"** es cierto, basta probar que **"I"** es cierto.
C. Para probar que **"II"** es cierto, es suficiente elegir un rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra.

D. Para probar que **“II”** es falsa, es suficiente elegir un no-rectángulo, cuyas diagonales se bisectan una a la otra.

E. Ninguna de las respuestas A-D es correcta.

25º Suponga que ha probado las afirmaciones **“I”** y **“II”**:

I.- Si **“p”**, entonces **“q”**.

II.- Si **“s”**, entonces **“no q”**.

¿Qué afirmación se deduce de las anteriores **“I”** y **“II”**?

A. Si **“p”**, entonces **“s”**.

B. Si **“no p”**, entonces **“no q”**.

C. Si **“p ó q”**, entonces **“s”**.

D. Si **“s”**, entonces **“no p”**.

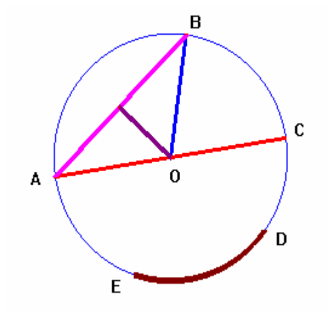
E. Si **“no s”**, entonces **“p”**.

A continuación figuran un grupo de preguntas propias, concentradas en los tres primeros niveles pues van dirigidas a alumnado no-universitario ya que éstos son los niveles en los que pueden estar.

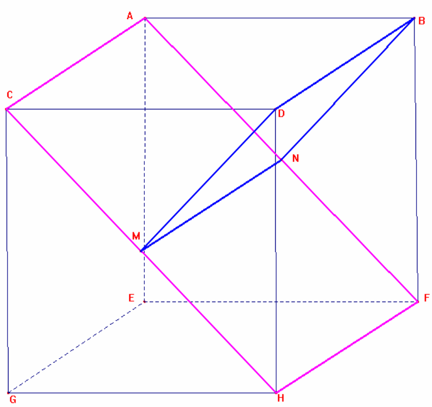
1ª.- ¿Cuántos elementos puedes nombrar en la figura de la derecha?

A modo de ejemplo:

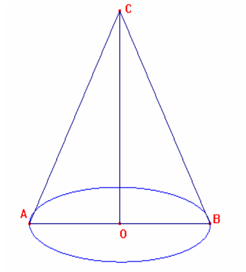
- ◇ Puntos.
- ◇ Segmentos rectos.
- ◇ Segmentos curvos.
- ◇ Superficies.
- ◇ Ángulos, etc.



2ª.- Señala en la figura todos los polígonos y poliedros que identifiques

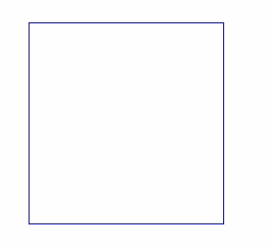


3ª.- Después de señalar cómo se llama la figura de abajo, responde a: ¿qué es...



A. C
B. O
C. AB
D. OC
E. AC ó BC?

4ª.- ¿Cuál de las siguientes respuestas, referidas a la figura de la derecha, no es correcta?

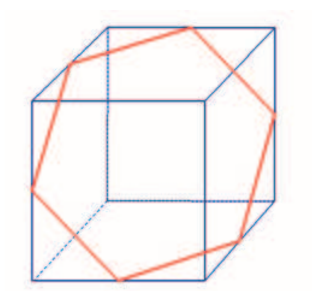


A. Es un paralelogramo.
B. Es un rombo.
C. Es un cuadrado.
D. Es un cuadrilátero.
E. No puede ser todo lo anterior a la vez.

5ª.- Si disponemos de escuadra y cartabón, para trazar paralelas y perpendiculares ¿podemos desde el centro de un hexágono regular trazar ángulos de 30º, 45º,60º, 90º, 120º, 135º 150º y 180º?

A. Sólo los múltiplos de 60º.
B. Sí, en todos los casos.
C. Todos excepto 45º y 135º.
D. No porque necesitamos además un compás.
E. Si no lo inscribimos en una circunferencia será imposible.

6ª.- La figura muestra una sección hexagonal de un cubo ¿qué respuesta de las siguientes es falsa?



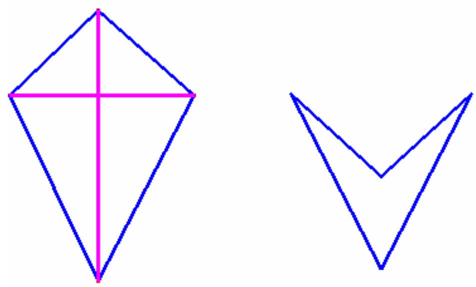
a. Los triángulos sobre la caras son isósceles.
b. Cada cara del cubo contiene un solo lado del hexágono.
c. La figura es imposible. en la realidad se trata de una ilusión falsa.
d. El hexágono es regular.
e. Las dos partes en que se divide el cubo son idénticas.

7ª.- Discute la validez de las siguientes afirmaciones: dos rectas en un plano son paralelas si...

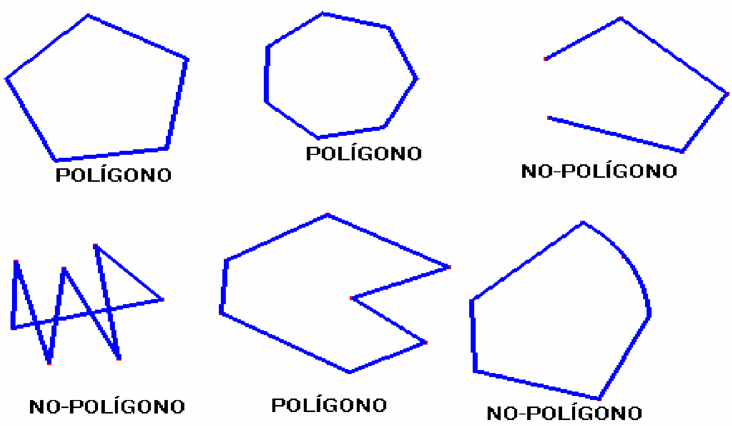
A. Una perpendicular a la primera también lo es a la segunda.
B. No se cortan en ningún punto.
C. Cada una de ellas es paralela a una tercera recta.
D. La distancia entre ellas es siempre constante.
E. Construimos un triángulo con dos vértices fijos en una recta y el tercero lo movemos por la segunda recta. El área de ese triángulo es siempre constante.

8º.- En una circunferencia elegimos dos puntos “A” y “B” cualesquiera. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones no son ciertas?
A. Sólo puedo construir un rectángulo inscrito siendo “AB” un lado.
B. Puedo construir infinitos trapecios isósceles inscritos de base “AB”.
C. Puedo construir solamente un trapecio rectángulo inscrito de base “AB”.
D. “AB” puede ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo inscrito.

9ª.- Las figuras de abajo se llaman *“COMETAS"*. Señala todas las propiedades que identifiques y da una definición precisa.



10ª.- Según se describe en las imágenes de abajo. ¿Qué es un polígono?



Bibliografía

[1] M.L. Crowley, *The van Hiele model of development of Geometric thought*, N.T.C.M.: Learning and teaching geometry, K12, N.T.C.M., Reston, pp. 1-16, 1987.

[2] Z. Usiskin, *Van Hiele leeels and achievement in secondary school Geometry*, Department of Education, University of Chicago, 1982.

[3] P. Van Hiele, *Structure and insight*, Academic Press, New York, 1986.

[4] A.P. Jaime y A.R. Gutiérrez, *Una propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele*, Práctica en Educación Matemática: Capítulo 6º, pág. 295-384. Ediciones Alfar, Sevilla, 1990.

Páginas Web

http://www.hemerodigital.unam.mx/ANUIES/upn/vol13/sec_84.html

http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/mate5f.htm

Fernando Fouz
Berritzegune de Donosti
Ataritzar Bidea, 16
20013 DONOSTIA
e-mail: ***mateferf@donosgune.net***